Староста одного класса дал следующие сведения об учениках:

1. В классе – 45 школьников, в т.ч. 25 мальчиков, 30 школьников учатся на хорошо и отлично, в т.ч. 16 мальчиков. Спортом занимаются 28 учеников, в т.ч. 18 мальчиков и 17 мальчиков, учащихся на хорошо и отлично. 15 мальчиков учатся на хорошо и отлично, и в то же время занимаются спортом.

Подсчитаем, сколько девочек занимается спортом, и получают время от времени тройки (а может быть, и двойки). Обозначим через принадлежность к мужскому полу, через  - хорошую успеваемость и через  - увлечение спортом.

Найдём через равно N (,,). По условию задачи N()=25; N()=30; N()=28; N()=16; N()=18; N()=17; N()=15.

Пусть имеется N предметов, некоторые из них обладают свойствами ,,….При этом каждый предмет может либо не обладать ни одним из этих свойств, либо обладать одним или множествами свойств, обозначим через N(,,…) количество предметов, обладающих свойствами ,,…. Если не обладает никаким свойством, то обозначим – со штрихом. Например, через N() Обозначим количество предметов, обладающих свойствами  и  и не обладающих свойством . Если ни одним свойством, то N(…). Общий закон состоит в том, что

N(…)=N-N()-N()…-N()+N()+N()+…+N()+N()-N()-…-N()+…+(-N(…) (2)

(значение «+» если число свойств четно, и «- », если не четно). Например, N() входит со знаком «+», N() – со знаком «-». (2) – формула включает и исключает: включает все предметы, обладающие хотя бы одним из свойств , ,…, включают предметы, обладающие двумя свойствами, некоторые тремя и т.д.

Тогда: N()=45-25-30-28+16+18+17-15= -2 Но отрицательным быть не может: - Сведения не верны.

1. 7 девушек водили хоровод. Сколькими различными способами они могут встать в круг?

Если бы они стояли на месте, то получилось бы 7!=5040 перестановок. Но т.к. они кружатся, важно их взаимное расположение. Перестановки, переходящие друг в друга при кружении надо считать одинаковыми. Но из каждой перестановки можно получить ещё 6 новых путей вращения, значит, 5040 нужно вращаться 7, получим 5040/7=720 различных перестановок в хороводе. Вообще, если рассматривать перестановки и предметов, расположенных не в ряд, а по кругу и считать одинаковые расположения переходящим друг в друга, то число различных перестановок равно (n-1)!

1. Сколько ожерелья можно составить из 7 бусин? 720, но ожерелье можно переставить. Поэтому имеем 720/2=360.
2. Львы и тигры.

Укротитель хищных зверей выводил на арену цирка 5 львов и 4 тигров. Нельзя чтобы 2 тигра шли друг за другом. Сколько способов расположения?

Поставим сначала всех львов так, чтобы между каждыми двумя львами был промежуток. Это можно сделать 5!=120 способами. Число промежутков – четыре. Если ещё два места: впереди львов и позади них, то получим 6 мест. Никакие 2 тигра не стояли рядом. Число расстановок тигров =360. Всего 120. 360=43200 способов. Если бы n львов и k тигров, то  способов. Условие k ≤ n+1 так 2 тигра окажутся рядом.

1. На книжной полке стояли 12 книг. Сколькими способами можно выбрать 5 книг так, чтобы никакие 2 из них не стояли рядом.

Каждой поставленной книге сопоставим 0, а каждой взятой 1. Получим последовательность из 5 единиц 7 нулей. Не может стоять рядом две последовательности 1. Но число последовательностей из 5 единиц и 7 нулей, в которых каждые две единицы не стоя рядом, равно . Вообще, если стоит n книг и выбираемые k книг, то они не стоя рядом,  способов. Задача разрешается при 2k-1 ≤ n.