Приложение алгебры логики.

Эти устройства широко используются в технике автоматического управления, в электронно – вычислительной технике.

Устройства содержат сотни реле, электронных ламп, полупроводников и электронных элементов.

Каждой схеме можно поставить в соответствие формулу алгебры логики и наоборот.

Переключательная схема состоит из:

1. переключателей (выключатели, переключающие ключи, кнопочные устройства), электронные реле, электронные лампы, полупроводники;
2. соединения их проводимы;
3. входов в схему и выход из неё (клеммы) – полоса схемы

Сопротивление на схеме изображается.

Лишь два состояния: «замкнутое» и «разомкнутое».

Пусть Р – переключатель. Он либо замкнут, либо разомкнут.

AB

Р

Конъюнкция двух выключателей p и q – двухполюсная схема с последовательным соединением двух переключателей P и Q:

AB

P

Q

Ток проходит, когда p и q – истина и истина p ۸q.

Дизъюнкция двух высказываний p и q – двухполюсная схема с параллельным соединением двух переключателей P и Q:

AB

P

Q

Ток проходит лишь в том случае, когда истина p или q, и p۷q.

- отрицание p, то p۷q изображается:

 AB



P

А p۸: AB

P



Можно строить тоже схемы: П – схема!

Всякую формулу можно представить П – схемой.

Пример 1

AB

X



Y



α ≡ )X ۸ Y) ۷ (۸﴿

Пример 2

AB

X



X

X

Y

Y



Y

Z

Z

Z



α ≡ ﴾X ۸ Y ۸ Z﴿ ۷( ۸ Y ۸ Z) ۷ (X ۸ ۸ Z) ۷ (X ۸ Y ۸ ).

Упростим:

α ≡ ((X ۸ Y ۸ Z) ۷ ( ۸ Y ۸ Z)) ۷ (( X ۸ Y ۸ Z) ۷ (X ۸ ۸ Z)) ۷ ((X ۸ Y ۸Z) ۷ (X ۸ Y ۸ )) ≡ ((Y ۸ Z) ۸ (X ۷ )) ۷ ((X ۸ Z) ۸ (Y ۷ )) ۷ ((X ۸ Y) ۸ (X ۷ )) ≡ (Y ۸ Z) ۷ (X ۸ Y) ≡ ((X ۷ Y) ۸ Z) ۷ (X ۸ Y).

Ей соответствует схема:

AB

Z

X

Y

X

Y

Итак, можно получить РКС, содержащее меньшее число переключений. - Проблема минимизации.

Пример 3

Построить контекстную схему для оценки результатов некоторого спортивного состязания тремя судьями. Судья, заметивший результат, нажимает кнопку, а не заметивший – нет. В случае, если кнопки нажали менее двух судей – загорается лампочка о положительном решении простым большинством.

Описывается функция Буля трёх переменных F(x, y, z), где X – судья X голосует «за»,

Y – судья Y голосует «за»,

Z – судья Z голосует «за».

Таблица истинности:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| X | Y | Z | F(X, Y, Z) |
| 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 |

Тогда:

F(X, Y, Z) ≡ X ۸ Y ۸ Z ۷ X ۸ Y ۸ ۷ X ۸  ۸ Z ۷  ۸ Y ۸ Z.

Преобразуем:

F(X, Y, Z) ≡ (X ۷ Y) ۸ Z ۷ (X ۸ Y).

Соответствует предыдущей схеме.

Решение задач логики методом алгебры логики

Пример 1

Пытался вспомнить победителей прошлогоднего турнира, пять бывших зрителей турнира заявили:

1. Антон был вторым, а Борис – пятым.
2. Виктор был вторым, а Денис – третьим.
3. Григорий был первым, а Борис – третьим.
4. Антон был третьим, а Евгений – шестым.
5. Виктор был третьим, а Евгений – четвёртым.

Выяснилось, что некоторые зрители ошибались в одном из двух своих высказываний. Найти истинное расположение мест в турнире.

Решение:  - X участник, Y – номер места, которое он занимал в турнире.

Итак, истинна дизъюнкция.

۷  ≡ 1,  ۷  ≡ 1,  ۷  ≡ 1,  ۷  ≡ 1,  ۷  ≡ 1.